TRANSFORMEE DE FOURIER RAPIDE (F.F.T.)

-1- Généralités

Ce logiciel permet de faire :

- Des simulations avec des signaux programmés
- L'analyse spectrale d'un signal réel (acquisition)
- L'analyse spectrale de 2 signaux réels : typiquement sans et avec filtre d'anti repliement

Les échantillons peuvent être pondérés par différentes fenêtres :

- Rectangulaire
- Bartlett
- Hann
- Hamming
- Blackman
- Flattop

Après l'acquisition de $N = 2^m$ points, on lance le calcul de la FFT du (ou des) signal (pondérés ou non

On peut afficher les spectres monolatéraux ou bilatéraux, en Volts ou en dB.

On peut enfin obtenir, sous forme de fichier texte, l'amplitude (complexe) des raies.

-2- Notations

te = période d'échantillonnage

m = exposant : nombre de points = $N = 2^m$

$$\text{etude : } \begin{cases} 2 = \text{simulation (signal programmé)} \\ 3 = \text{étude d'un signal réel (acquisition sur 1 voie : voie 0)} \\ 4 = \text{étude de 2 signaux réels (acquisition sur 2 voies : 0 et 1)} \end{cases}$$

-3- Autres logiciels tournant autour des transformées de Fourier (BONUS)

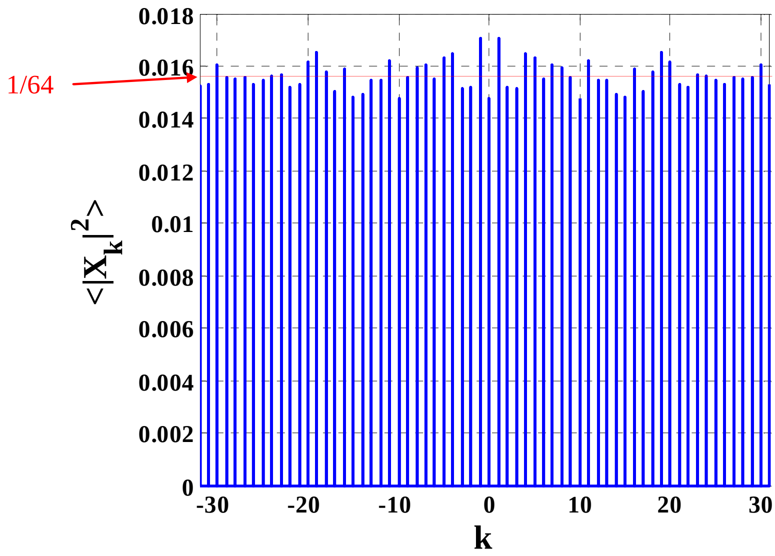
3.1. Estimation_DSP

Ce logiciel peut être utilisé pour estimer la densité spectrale de puissance d'un signal aléatoire, un bruit blanc par exemple (« périodogramme »).

On enregistre, à l'aide du logiciel « FFT », le signal x avec un grand nombre de points (2^{16} points ou 2^{15}). On découpe ensuite x en tranche de 2^6 points par exemple, on calcule la FFT de chaque tranche, puis on moyenne $|X_k|^2$:

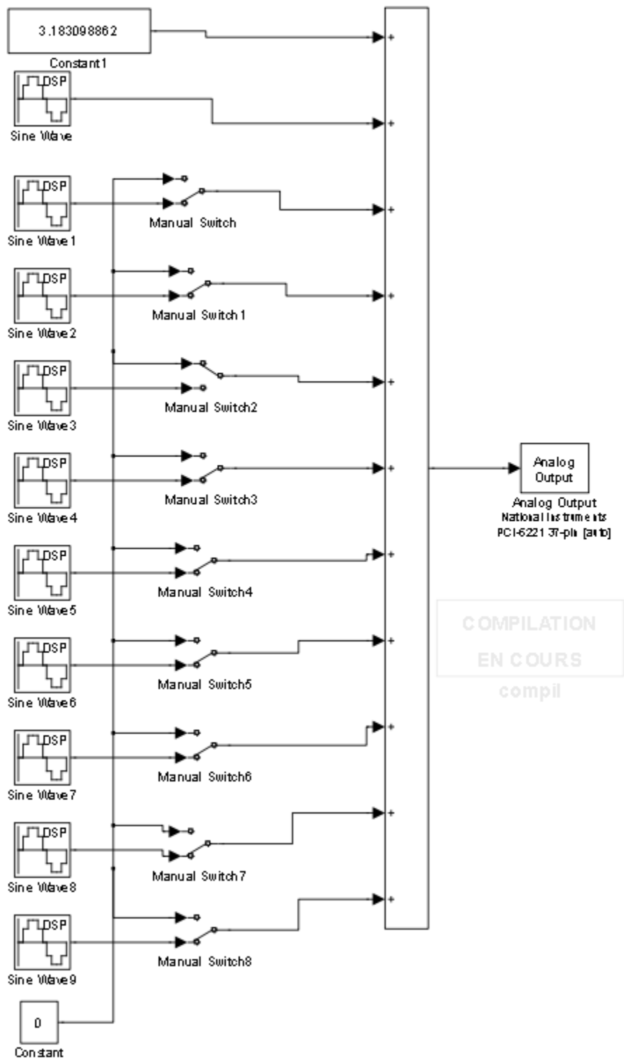
[S,K]=estimation_DSP(x,64);

Voici le résultat obtenu pour un bruit blanc, de puissance 1 V^2, échantillonné à 64 Hz :



3.2. Reconstitution

Il s’agit ici de reconstruire un signal, visible à l’oscilloscope, en ajoutant petit à petit les harmoniques :



3.3. Reconstruction bilatérale

Il s'agit ici de reconstruire un signal, visible à l'oscilloscope, à partir de son spectre bilatéral. Ce spectre est programmé :

3.3.1. Notations

La fréquence d'échantillonnage F_E est fixée à 5 kHz. Le nombre total d'échantillons du signal, ou le nombre total de raies spectrales est N = 5000.

X_k désigne l'amplitude complexe de la composante spectrale à la fréquence $f = k.\frac{F_E}{N} = k.1\,\text{Hz}$.

k varie de $-\frac{N}{2}$ à $+\frac{N}{2}-1$.

Rappel : pour un signal réel, X_k et X_{-k} sont deux nombres complexes conjugués.

3.3.2. Les indices

Ne pas confondre l'indice k et le rang n de l'harmonique. Par exemple pour un signal carré symétrique d'amplitude A :

$$X_n = \begin{cases} 0 \text{ si n est pair} \\ -i.\frac{2.A}{\pi}.\frac{1}{n} \text{ si n est impair} \end{cases}$$

Si le signal carré est de fréquence 5 Hz par exemple, alors k = 5.n

Matlab n'accepte que des indices strictement positifs :

k	$-\frac{N}{2}$	…	0	…	$\frac{N}{2}-1$
Indice Matlab	1	…	$\frac{N}{2}+1$	…	N

La matrice étant initialisée à 0 ($X(k) = 0 \quad \forall\, k$), on pourra définir le spectre d'un signal carré de fréquence 5 Hz et d'amplitude 1 V par :

k=-N/2+5 :5 :N/2-1 ;X(k+N/2+1)=-i*5*(2/pi)./k ;